Hydrostatique [1]

Sommaire :

- Introduction
- Notion de pression
- Equation fondamentale de l'hydrostatique
- Application aux fluides incompressibles
- Forces hydrostatiques
- Poussée d'Archimède

Introduction :

Les problèmes qui peuvent être résolus au moyen des équations de l'**hydrostatique** concernent toutes les situations dans lesquelles le fluide est soit au repos soit uniformément accéléré. Dans ces deux cas, il n'y a pas de mouvement relatif entre les particules fluides et par conséquent il n'existe pas de force de frottement : les forces qui agissent sur les surfaces délimitant les particules fluides sont uniquement des forces de pression et s'exercent perpendiculairement à ces surfaces, ce qui constitue globalement le cadre de ce chapitre.
Après avoir introduit la notion de pression, nous établirons l'équation fondamentale de l'***hydrostatique*** et l'appliquerons aux cas de fluides incompressibles. Nous utiliserons ensuite ces résultats pour caractériser la résultante des forces de pression s'exerçant sur l'ensemble d'une surface immergée, et par extension définir la poussée d'*Archimède*.

Notion de pression :

Rappel : la pression est la force qui s'exerce sur une unité de surface : p = F / S (unités p en ***pa****scal, F en* ***N****ewton et S en m² ; autre unité : le bar : 1 bar = 1 daN / cm²)*

La pression que nous supportons lorsque nous sommes à la surface de la terre est égale à 1 atmosphère soit 1013 hPa (hecto-pascal), notation : P_{atm} (pression atmosphérique)

Rappel : 1 pascal = 1 N/m²

Si nous plongeons dans l'océan à une profondeur de 20 m, nous supportons d'une part la pression atmosphérique (P_{atm}), d'autre part la pression de l'eau au-dessus de notre tête (pression hydrostatique).

Mais quelle est cette pression d'eau ?

Supposons une colonne d'eau de 1 m de diamètre et d'une hauteur de 20 m

Son poids est égal produit de son volume, de la masse volumique et de g : $P = \rho \times V \times g = m \times g$

Rappel : g = 9,81 m/s² arrondi très souvent à 10 m/s²

Rappel : la masse volumique (ρ) de l'eau est égale à 1 000 (unité : Kg / m^3)

Rappel : le poids est égal au produit de la masse volumique par l'accélération de la pesanteur (g) : P = m x g

(unité : Newton)

Hydrostatique [2]

Calculons le volume de la colonne d'eau : $V = (\pi \times D^2 / 4) \times h$

La masse d'eau sera égale à $m = [(\pi \times D^2 / 4) \times h] \times \rho$ (en Kg)
Le poids sera égal à : $P = [(\pi \times D^2 / 4) \times h \times \rho] \times g$ (en Newton)
La surface de la base de la colonne est égale à : $(\pi \times D^2 / 4) \times h$ (en m²)
La pression hydrostatique (P_h) sera donc égale à : $h \times \rho \times g$ (en N/m²)
Le plongeur sera donc soumis à une pression de : $P_{totale} = P_{atm} + \rho \times h \times g$

A.N.

$h = 20$ m ; $\rho = 1\,000$:
$P = 101\,300 + 20 \times 1\,000 \times 10 = 301\,300$ N / m² soit au total 3 atmosphères (pression absolue)
On retiendra : 1 atmosphère tous les 10 m

$\boxed{\text{A savoir : } p(h) = p_0 + \rho \times g \times h}$

Avec p_0 : pression au-dessus du fluide et h hauteur du fluide.

Exercice :

Soit un château d'eau contenant une hauteur d'eau variant de 5 m à 1 m et situé à une altitude de 400 m

Quelle serait la pression de l'eau à un robinet situé à une altitude de 1 m ?

Quelle est la variation de pression au niveau d'un robinet situé à altitude d'un mètre ?

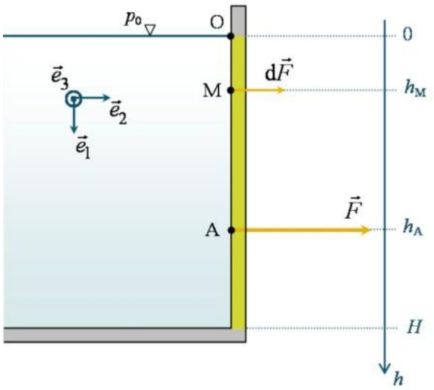
Afin de limiter cette pression on introduit dans le circuit un limiteur de pression taré à 3 bars

La variation de pression est-elle perceptible par l'utilisateur ?

Démarche :

Hydrostatique [3]

Force hydrostatique sur une paroi verticale



La pression exercée par le fluide s'exerce dans toutes les directions.

Si nous voulons calculer la force qui s'exerce sur la paroi, il nous faut trouver son point d'application (A).
La pression en O est nulle, la pression en bas de la paroi est maximale et est égale à ρ x g x H.

F = ρ x g x (H / 2) x H (surface du triangle [H x ρ.g.H]/2)

Pour un point quelconque on a :

$P_m = \rho \times g \times h_m$

On démontre que

$$\mathrm{OA \times F} = \int_0^H \rho \times g \times h \times h \times dh = \rho \times g \times \frac{H^3}{3}$$

D'où $OA = \frac{2}{3} \times H$

Généralisation :

$$\overrightarrow{OA} \wedge \vec{F} = \int \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{dF}$$

Exercice :
Soit une piscine de 2,5 m de profondeur, Calculer la force qui s'exerce sur les parois.

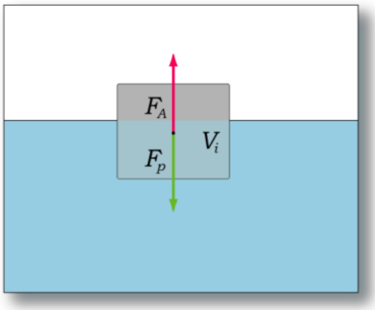
Démarche :

Sources : http://res-nlp.univ-lemans.fr/NLP_C_M02_G02/co/Contenu_14.html

Hydrostatique [4]

La poussée d'Archimède :

Enoncé du théorème : *« Tout corps plongé dans un fluide en équilibre est soumis de la part de celui-ci à une poussée verticale dirigée de bas en haut, égale au poids du volume de fluide déplacé, et appliqué au centre de masse de ce volume (centre de carène) »*



Soit un corps de densité égale à $\rho o = 0{,}90$ plongé dans de l'eau (ρe : 1)
La partie immergée subit la pression hydrostatique de l'eau, les forces latérales liées à cette pression s'équilibrent, seule subsiste la force dirigée de bas en haut qui s'exerce sur la base de l'objet.
La poussée d'Archimède est égale à $F_A = V_i \times \rho e \times g$
Le poids de l'objet est égal à : $F_P = V_o \times \rho_o \times g$
La résultante R de ces deux forces opposées est égale à : $R = g \times (V_o \times \rho_o - V_i \times \rho_e)$
Si l'objet flotte on aura : $V_o \times \rho_o - V_i \times \rho_e = 0$
A.N. $V_o \times 0.9 - V_i \times 1 = 0$ soit : $V_i = V_o \times 0.9$
Le volume immergé représente 90% du volume total de l'objet.

Sources : http://fr.wikipedia.org/wiki/Pouss%C3%A9e_d'Archim%C3%A8de